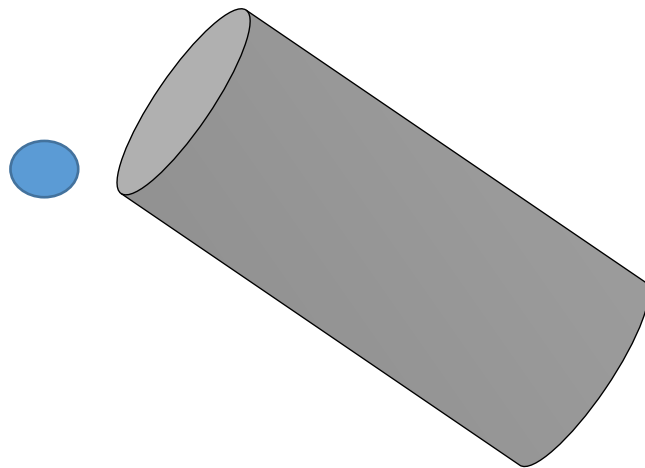


Wir ziehen Steckwürfel aus einer Dose

Den Inhalt erschließen und das „Gesetz der großen Zahlen“ erfahrbar machen

(Martin Fesenbeck LA 2018 SSDL Offenburg)



- 1. Fachlicher Hintergrund**
- 2. Lernchancen (Bezüge zum Bildungsplan)**
- 3. Material**
- 4. Möglicher Unterrichtsablauf**
- 5. Ziele/Kompetenzen**
- 6. Literatur**

7. Anhang

1. Fachlicher Hintergrund

Es wird sich der statistischen Wahrscheinlichkeit bedient, wenn man Schätzwerte für eine gesuchte Wahrscheinlichkeit erhalten will. Die relative Häufigkeit eines Ereignisses E lässt sich aus einer Versuchsreihe mit gleichbleibenden Bedingungen aus dem Quotienten der Versuche mit E und der gesamten Anzahl der Versuche n ermitteln:

$$\frac{\text{Anzahl der Versuche mit dem Ereignis } E}{\text{Gesamtzahl der Versuche}} = \text{relative Häufigkeit}$$

Hierbei gilt in der Regel: Je häufiger ein Zufallsexperiment durchgeführt wird, desto mehr nähert sich die relative Häufigkeit dem genauen Wert der „tatsächlichen“ Wahrscheinlichkeit an. Dies wird als das „Gesetz der großen Zahlen“ bezeichnet (Kütting & Sauer, 2011, S. 63).

2. Lernchancen (Bezüge zum Bildungsplan)

Kapitel 3.2 Standards für inhaltsbezogene Kompetenzen der Klasse 3/4

3.2.4 Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

3.2.4.1 Daten erfassen und darstellen

(1) „...Daten in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen (Tabelle, Zeile, Spalte, Balken- oder Säulendiagramm)“.

(3) „...Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen und diese Informationen deuten“.

3.2.4.2 Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen

(1) „einfache Zufallsexperimente durchführen (zum Beispiel Kugeln ziehen, würfeln, Glücksrad drehen) beschreiben und auswerten (zum Beispiel Tabelle, Säulen- oder Balkendiagramm)“.

(2) „die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen bei einfachen Zufallsexperimenten einschätzen, beschreiben (möglich, sicher, unmöglich) und vergleichen“.

Standards für prozessbezogene Kompetenzen der Klasse 3/4Kommunizieren

„Die Schülerinnen und Schüler können...

- 1 eigene Denk- und Vorgehensweisen beschreiben
- 2 Lösungswege anderer nachvollziehen und verstehen
- 3 mathematische Fachbegriffe [...] sachgerecht verwenden
- 4 Aufgaben gemeinsam bearbeiten“

Argumentieren

„Die Schülerinnen und Schüler können...

- 1 eigene Denk- und Lösungswege begründen
- 2 Begründungen suchen“

Problemlösen

„Die Schülerinnen und Schüler können...

- 1 Lösungsstrategien entwickeln
- 2 Lösungsstrategien nutzen“ (vgl. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport, 2016)

3. Material

- eine blickdichte Dose oder ein blickdichtes Säckchen
- Steckwürfel oder alternativ Muggelsteine

Bauanleitung Dose

Die Konstruktion besteht aus einer Plastikflasche (2-Liter-Mezzo-Mix-Flasche), bei der das obere Ende abgeschnitten wird, so dass eine Zylinderform entsteht. Von beiden Seiten der Flasche sind schwarze Socken darüber gestülpt. Auf der einen Seite, welche als Öffnung zum Hineingreifen dienen soll, ist ein Loch in der Socke. Die Socken sind zudem mit Klebeband befestigt, damit diese nicht so leicht wegrutschen können.

Mit dieser Konstruktion lässt sich sogar beim Spicken durch die Öffnung nicht erkennen, welche Farbe die Steckwürfel haben. Falls die Dose einmal umfallen sollte, kullern die Steckwürfel zudem nicht heraus.

4. Möglicher Unterrichtsablauf

Einstieg

Ausgangslage der Stunde ist eine an der Tafel stehende Überschrift „Was ist in der Dose?“ und darunter eine noch leere Tabelle. Die Lehrperson präsentiert den Kindern zum Einstieg eine blickdichte Dose, in der sich rote, blaue, gelbe und grüne Steckwürfel befinden. Insgesamt sind es acht Würfel, die Anteile der Farben werden nicht verraten.

Das Ziel liegt nun darin, herauszufinden, welche Würfel in der Dose sind, ohne dabei hineinzuschauen.

Die Lehrkraft zieht einen Steckwürfel, hält ihn hoch, notiert die gezogene Farbe in Form eines Striches in einer Tabelle an der Tafel und legt den Steckwürfel wieder zurück. Als nächstes ruft die Lehrperson neun Kinder auf einmal auf, die ebenfalls einen Steckwürfel ziehen und das Ergebnis an der Tafel notieren dürfen. Nun bittet die Lehrperson die Kinder, sich die Ergebnisse an der Tafel anzuschauen und Vermutungen aufzustellen, welche Steckwürfel sich in der Dose befinden könnten.

Einzelne Vermutungen (z.B. 4,2,2 oder 2,2,1,3) werden von der Lehrperson in einer gesonderten Tabelle festgehalten. Durch gezielte Rückfragen möchte die Lehrperson den Kindern klar machen, dass die aufgestellten Vermutungen noch ungenau sein könnten und der Inhalt der Dose noch genauer untersucht werden muss, um sicherer sein zu können, welche Steckwürfel die Dose beinhaltet.

Erarbeitungsphase 1: Partnerarbeit

In der Erarbeitungsphase bekommen die Kinder nun die Aufgabe, zu zweit den Inhalt der Dose genauer zu untersuchen. An jede 2er-Gruppe werden nun Dosen mit demselben Inhalt aus der Einstiegsphase verteilt.

Die Gruppen haben nun den Auftrag, 20-25-mal Steckwürfel aus der Dose zu ziehen und ihre Ergebnisse auf einem Arbeitsblatt (siehe Anhang) zu notieren. Schließlich sollen sie neue Vermutungen aufstellen und diese auch schriftlich begründen. Indem die Kinder dazu aufgefordert werden, ihre Vermutungen zu begründen, wird natürlich differenziert. Die Gruppen, die schneller fertig sind als andere, sollen nochmals 10-15-mal ziehen und schauen, ob sich gegebenenfalls etwas an ihrer Vermutung bzw. ihrer Begründung ändert. Während der Arbeitsphase geht die Lehrkraft herum, beobachtet und gibt nur Impulse, falls nötig.

Zwischenreflexion

Nach der Partnerarbeit dürfen einzelne Gruppen ihre Strichlisten und Vermutungen vorstellen. Ihre Vermutungen sollen sie begründen. Die Ergebnisse der Strichlisten und Vermutungen werden in den Tabellen an der Tafel festgehalten. Es wird damit gerechnet, dass die Vermutungen der SchülerInnen, im Vergleich zu den Vermutungen in der Anfangsphase, näher an der tatsächlichen Verteilung liegen. Sicherlich kann es Strichlisten geben, bei denen es Abweichungen gibt, welche von der Lehrperson bewusst aufgegriffen werden, da gerade diese Abweichungen typisch für das empirische „Gesetz der Großen Zahlen“ sind. Nach gezielten Fragen seitens der Lehrperson, was man mit den vielen verschiedenen Strichlistenergebnisse der einzelnen Gruppen machen könnte, wird auf den Vorschlag eingegangen, dass man die Ergebnisse aller Gruppen zusammenrechnen könnte.

Erarbeitungsphase 2: Gruppenarbeit

Die Schülerinnen und Schüler rechnen nun im ersten Schritt ihre Ergebnisse (alle rote, blaue, gelbe und grüne Ziehungen) an den Gruppentischen zusammen. Hierfür stehen ihnen Karokästchen auf der Rückseite ihres Arbeitsblattes zur Verfügung. Im zweiten Schritt werden die Ergebnisse der vier Gruppentische an die Tafel geschrieben. Im dritten Schritt werden dann die vier Ergebnisse mit der Klasse zusammen an der Tafel zusammengerechnet. Das Endergebnis wird von der Lehrkraft mit roter Kreide eingekreist.

Reflexion 2

Die Schüler/innen dürfen daraufhin ein drittes Mal Vermutungen äußern, was in der Dose sein könnte. Durch das Prinzip des „Gesetzes der großen Zahlen“ müssten die Schülerinnen und Schüler nun in der Lage sein, den Inhalt der Dose zu bestimmen. Im Unterrichtsgespräch werden die einzelnen Schritt der Stunde (10-mal Ziehen zu Beginn, 20-25 Ziehen in der Gruppenphase und das Zusammenrechnen aller Ergebnisse der Gruppen) nochmals reflektiert und es wird zusammen überlegt, warum man sich durch das Gesamtergebnis der Gruppen sicherer sein kann, was in der Dose ist.

Im Anschluss offenbart der Lehrer den Inhalt der Dose.

Diese Lernumgebung kann mit unterschiedlichen Anzahlen von Farben und Steckwürfeln, je nach gewünschtem Schwierigkeitsgrad, durchgeführt werden.

5. Ziele/Kompetenzen

Anforderungsbereiche	
<i>Wissen/Kenntnisse/Reproduktion</i>	SchülerInnen wissen, dass bei manchen Farben die Wahrscheinlichkeit größer ist diese zu ziehen (da öfters vertreten) als bei anderen (z.B. ist rot wahrscheinlicher als grün).
<i>Können/Zusammenhänge herstellen/Anwendung</i>	SchülerInnen können Daten sammeln und diese in Form einer Strichliste anlegen; SchülerInnen können beim Sammeln von Daten Vermutungen aufstellen und diese begründen.
<i>Reflexion/Bewusstheit/Transfer</i>	SchülerInnen haben das Prinzip „je öfter man zieht, desto eher kann man auf den Inhalt schließen“ (G.G.Z.) verstanden.

6. Literatur

Kütting, H. & Sauer, M. (2011). Elementare Stochastik-Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte (3.Aufl.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Internetquelle

URL: [http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GS/M\(30.06.2018\)](http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GS/M(30.06.2018))

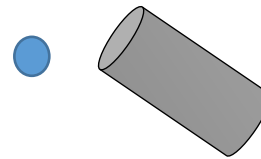
7. Anhang

- Arbeitsblatt: „Was ist in der Dose?“
- Arbeitsblatt: „Wahrscheinlichkeitsaussagen“

Namen: _____

Datum: _____

Was ist in der Dose?



Aufgabe 1: Zieht 20-25 mal aus der Dose. Tragt die Farben ein, die ihr gezogen habt und erstellt zu jeder Farbe eine Strichliste. Legt die Steckwürfel nach jeder Ziehung zurück.

Farbe	Strichliste	Gesamtergebnis

Aufgabe 2: Überlegt nun, wie viele Steckwürfel von jeder Farbe in der Dose sind. (Es sind insgesamt 8 Steckwürfel)

Aufgabe 3: Begründet, warum ihr euch für diese Aufteilung der Steckwürfel in Aufgabe 2 entschieden habt.

Aufgabe 1: Es sind 5 Steine in der Dose. Elias hat 60-mal gezogen.

Rot	
Blau	
Gelb	
Grün	

Diese Aussage stimmt, weil / stimmt nicht, weil...

Es ist wahrscheinlich kein grüner Stein in der Dose.	
Möglich wäre es, dass gleich viele blaue und gelbe Steine in der Dose sind	
Es sind sicher mehr blaue als rote Steine	

Aufgabe 2: Es sind wieder 5 Steine in der Dose. Petra hat 60-mal gezogen.

Rot	
Blau	
Gelb	
Grün	

Diese Aussage stimmt, weil / stimmt nicht, weil...

Es sind gleich viele blaue, gelbe und grüne Steine in der Dose.	
Es ist wahrscheinlich nur ein roter Stein in der Dose.	
Es sind sicher alle 4 Farben drinnen.	