

Würfelhausen

(Nadine Kaufmann LA 2019 Seminar für Ausbildung und Fortbildung der Lehrkräfte OG- GS)



„Baupläne als Möglichkeit der zweidimensionalen Darstellung von dreidimensionalen Bauwerken“

eine Lernumgebung mit Holzwürfeln zur Vertiefung der räumlichen Vorstellungskraft

- 1 Fachlicher Hintergrund
- 2 Lernchancen (Bezüge zum Bildungsplan 2016)
- 3 Material
- 4 Möglicher Unterrichtsablauf
- 5 Ziele/Kompetenzen
- 6 Anhang
- 7 Literatur

1 Fachlicher Hintergrund

„[Die] Raumvorstellung ist eine der Komponenten, die Intelligenz definieren. Mit 14 Jahren hat der Mensch 80% seiner möglichen Raumvorstellungsfähigkeit erworben. Deshalb kommt deren Entwicklung in der Grundschule eine entscheidende Bedeutung zu.“ (vgl. https://www.cornelsen.de/fm/1272/9783069600671_Klexer_12_12_Raum.pdf)

So bietet der Würfel, der den Kindern bereits aus Spielen und dem freien Bauen im Kindergarten bekannt sein dürfte, den Schülern und Schülerinnen (SuS) bereits in den ersten Grundschuljahren die Möglichkeit für zahlreiche geometrische Entdeckungen. Der dreidimensionale geometrische Körper hat 8 Ecken, 12 gleichlange Kanten und 6 deckungsgleiche quadratische Flächen. An jeder Kante stoßen 2 Flächen und an jeder Ecke treffen 3 Flächen und 3 Kanten zusammen (vgl. Franke, M., 2016).

Eine Möglichkeit, Würfel zur Förderung geometrischer Kompetenzen im Unterricht zu nutzen, ist die Auseinandersetzung mit Würfelgebäuden.

Ein Würfelgebäude besteht aus mehreren gleich großen Würfeln, die so zusammengesetzt werden, dass sie sich mit mindestens einer quadratischen Seitenfläche voll berühren (Bauregel). Im Fokus dieser Lernumgebung stehen besondere Würfelgebäude- die so genannten Würfelvier bzw. -mehrlinge, die sich aus vier bzw. n Würfeln bauen lassen. Die Würfelgebäude gelten als gleich, wenn sie durch Drehen in dieselbe Figur überführt werden können. Insgesamt sind 8 unterschiedliche Würfelgebäude möglich.

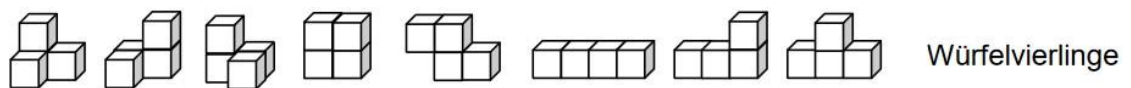
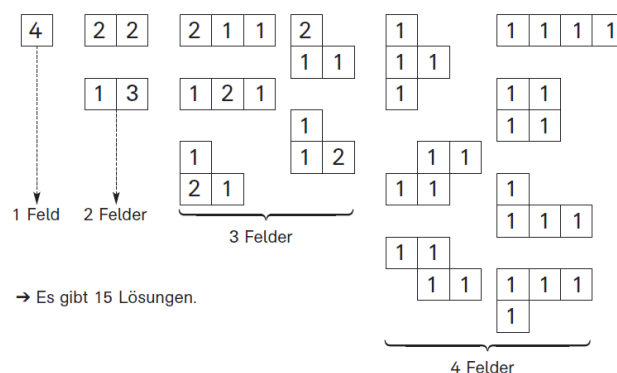


Abbildung 1: Übersicht aller Würfelzwillinge, -drillinge und -vierlinge (Quelle: PIKAS)

Durch Kippen der Würfelvierlinge entstehen neue Gebäude (Veränderung der Stockwerke/ des Grundrisses) und damit weitere Baupläne, sodass insgesamt 15 verschiedene Baupläne von den SuS entdeckt werden können.



Die Vorgehensweise der Kinder stellt eine natürliche Differenzierung dar.

So ist es möglich, dass Würfelvierlinge und deren Baupläne durch Ausprobieren entdeckt werden oder dass sie durch systematisches Vorgehen gefunden werden.

2 Lernchancen (Bezüge zum Bildungsplan 2016)

2.1 Standards für inhaltsbezogene Kompetenzen

3.1 Klasse 1/2

3.1.2 Raum und Form

3.1.2.1 Sich im Raum orientieren

Die Schülerinnen und Schüler machen erste Erfahrungen mit räumlichen Vorstellungen und orientieren sich im Raum. Sie verfügen über sprachliche Mittel, um eine Lagebeziehungen auszudrücken.

Denkanstöße	Teilkompetenzen Die Schülerinnen und Schüler können
<p>Welche Vorerfahrungen bringen die Kinder in Bezug auf räumliche Beziehungen mit?</p> <p>Über welche (fach-)sprachlichen Mittel verfügen die Kinder?</p> <p>In welcher Weise ist ihr visuelles Wahrnehmungsvermögen ausgeprägt?</p> <p>Welche Visualisierungshilfen unterstützen den Aufbau der räumlichen Vorstellung bei den Kindern?</p>	<p>(1) Einfache räumliche Beziehungen erkennen und beschreiben:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen von Gegenständen bezüglich des eigenen Körpers • Lagebeziehungen von Gegenständen im Raum • Lagebeziehungen aus verschiedenen Perspektiven (rechts, rechts von, links, links von, über, unter, auf, hinter, vor) <p>(3) Mit Körpern frei bauen und die Bauwerke beschreiben</p> <p>(4) Nach Vorlage und Vorgabe bauen (zum Beispiel Würfelbauwerke erstellen und prüfen, ob verschiedene Ansichten zum selben Würfelbauwerk gehören, welche Bauwerke und welche Pläne zusammengehören)</p>

2.2 Prozessbezogene Kompetenzen

2.2.1 Kommunizieren

„Die Schülerinnen und Schüler beschreiben ihre Überlegungen, Lösungsansätze und Lösungswege zu mathematischen Sachverhalten zunehmend mit mathematischen Fachbegriffen. Sie setzen sich mit Äußerungen anderer auseinander und führen Gespräche über mathematische Themen.“

Die Schülerinnen und Schüler können

- 1 eigene Denk- und Vorgehensweisen beschreiben
- 2 Lösungswege anderer nachvollziehen und verstehen
- 3 mathematische Fachbegriffe [...] sachgerecht verwenden
- 4 Aufgaben gemeinsam bearbeiten

2.2.2 Argumentieren

„Die Schülerinnen und Schüler stellen Fragen und äußern Vermutungen. Sie entwickeln mathematisches Argumentieren (zum Beispiel Beschreiben, Erläutern, Begründen), um ihre Lösungswege, auch handelnd, rechnerisch und zeichnerisch, vorstellen zu können.“

Die Schülerinnen und Schüler können

- 1 eigene Denk- und Lösungswege begründen
- 2 Begründungen suchen

2.2.3 Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler setzen sich mit vorgegebenen Problemen und solchen, die sie selbst erkannt haben, auseinander. Sie beschreiben diese und bearbeiten sie, indem sie geeignete Strategien zum Problemlösen wählen und anwenden.

Die Schülerinnen und Schüler können

- 1 Lösungsstrategien entwickeln
- 2 Lösungsstrategien nutzen (Ministerium für Kultus, 2016)

3 Material

Zur Durchführung der Lernumgebung benötigt man folgendes Material:

- Holzwürfel 2x2x2
- AB zur Dokumentation der Baupläne
- Tippkarten mit möglichen Grundrissen der Gebäude
- Ggf. 4 große Würfel zum Demonstrieren vor der Tafel
- Tafelmaterial (siehe Anhang)

4 Möglicher Unterrichtsablauf

4.1 Einstieg

Mit Hilfe des Ortsschildes „Würfelhausen“ und des Architekten „Rudi“ (siehe Anhang) wird den SuS die Geschichte von Würfelhausen erzählt.

Würfelhausen besteht, wie der Name bereits verrät, aus zahlreichen Würfelgebäuden. Die Straßennamen bzw. -nummern geben an, aus wie vielen Würfeln die Gebäude bestehen. In der Würfelstraße 3 stehen bereits verschiedene Würfelgebäude, die aus 3 Würfeln bestehen (siehe Anhang). Die SuS werden aufgefordert, zu den Bildern von Würfelgebäuden passende Baupläne zuzuordnen bzw. zu erstellen. Da ein Gebäude in einer Straße nur einmal vorkommen darf, ist mit den SuS zu thematisieren, dass das Drehen eines Würfelgebäudes zu keinem neuen Gebäude führt. Der Grundriss bleibt erhalten. Wird das Gebäude jedoch gekippt, so verändert sich der Grundriss und damit der Bauplan. Das Gebäude verändert sich außerdem hinsichtlich der Anzahl der Stockwerke.

Architekt Rudi soll nun Baupläne für die Würfelstraße 4 erstellen.

Arbeitsauftrag (siehe Anhang)

„Baut verschiedene Würfelgebäude aus 4 Würfeln und erstellt passende Baupläne“

4.2 Erarbeitungsphase I

Die SuS bauen zunächst alleine mögliche Würfelgebäude und zeichnen die entsprechenden Baupläne.

Impuls:

- *Welches Gebäude hast du zuerst gebaut?*
- *Wie bist du vorgegangen?*
- *Gibt es noch weitere Gebäude?*

4.3 Zwischenreflexion

Wie seid ihr vorgegangen? Habt ihr einen Tipp, wie man möglichst viele Gebäude mit 4 Würfeln finden kann?

4.4 Erarbeitungsphase II

Die SuS tauschen sich nun mit einem Partner aus und vergleichen ihre Würfelgebäude.

Impulse:

- *Welche Würfelgebäude sind gleich, welche sind verschieden?*

- *Habt ihr die gleichen Würfelgebäude gefunden?*
- *Woran erkennt ihr, ob sie gleich oder verschieden sind?*
- *Gibt es noch mehr Würfelgebäude?*
- *Erkläre, wie du vorgegangen bist.*

4.6 Abschluss/ Reflexion

Eine Schülergruppe darf ihre Baupläne an der Tafel präsentieren. Die anderen SuS sind Mitglieder der Bauaufsicht. Sie kontrollieren, ob die vorgestellten Baupläne den Bauregeln entsprechen und ob alle Baupläne zu unterschiedlichen Würfelgebäuden führen. Die präsentierende Gruppe erläutert ihr Vorgehen. Weitere Würfelgebäude werden im Plenum ergänzt. Die Kinder beschreiben die Würfelgebäude (Grundriss, Stockwerke) und tauschen sich hinsichtlich ihrer Strategien aus, möglichst viele unterschiedliche Würfelgebäude zu finden.

Impuls:

- *Was fällt euch auf?*
- *Wie seid ihr vorgegangen?*
- *Kommen Baupläne doppelt vor?*
- ...

Mögliche Fortsetzung/ Abänderung der Lernumgebung:

- Zu Beginn der Einheit können die SuS im Rahmen des freien Bauens eigene Würfelgebäude der Stadt Würfelhausen erstellen und im Plenum vorstellen
- Die vorgegebene Würfelanzahl in dieser Lernumgebung kann dem Leistungsstand der Klasse angepasst werden (Würfelstraße 3, 4, 5 usw. → finde verschiedene Gebäude)
- Zu einer vorgegeben Anzahl an Würfeln (z.B. 12) müssen Gebäude gefunden werden, die die Form eines Quaders haben (Quaderstraße)
- Ggf. kann auch die Form des Grundrisses der Würfelgebäude vorgegeben werden (in der L-Straße stehen nur Gebäude mit dem Grundriss L, T usw.)
- Am Ende der Einheit können die SuS einen eigenen Stadtplan bauen + alle Baupläne einzeichnen

5 Ziele/Kompetenzen

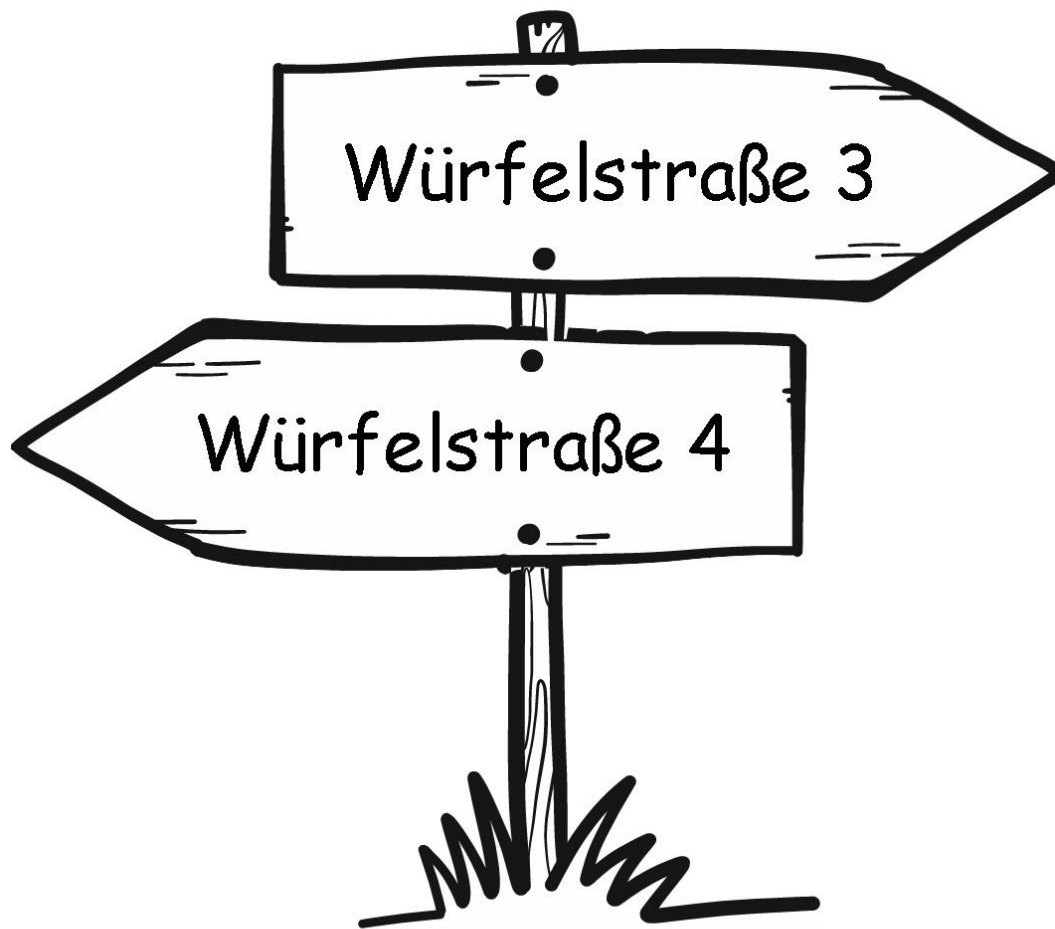
Fachliche Ziele

Dimensionen	Ziele	Maßnahmen	Indikatoren Die SuS...
I: Wissen/ Kenntnisse/ Reproduzieren	<p>...wissen, wie ein Bauplan zu einem Würfelgebäude erstellt wird;</p> <p>...wissen, dass deckungsgleiche (kongruente) Baupläne zu ein und demselben Würfelgebäude führen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Im Plenum wird ein Bauplan zu einem Würfelgebäude erstellt und das Vorgehen verbalisiert / Verweis auf Plakat - Zwei kongruente Würfelgebäude werden im Plenum ineinander überführt 	<p>...erstellen passende Baupläne</p> <p>...vergleichen ihre Würfelgebäude bzw. Baupläne und sortieren deckungsgleiche Baupläne aus.</p>
II: Können/ Fähigkeiten/ Fertigkeiten/ Zusammenhänge herstellen/ Anwendung	<p>...verschiedene Würfelgebäude zu einer vorgegebenen Anzahl an Würfeln entdecken;</p> <p>...und passende Baupläne erstellen können.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Tippkarten zum Grundriss von möglichen Gebäuden - Austausch mit dem Partner 	<p>... bauen unterschiedliche Würfelgebäude aus 4 Würfeln und erstellen passende Baupläne</p>
III: Reflexion/ Bewusstheit/Transfer	<p>...ihre Strategie zum Entdecken möglichst vieler verschiedener Würfelbauwerke beschreiben können;</p> <p>...erkennen, dass durch Kippen eines Würfelgebäudes ein neuer Grundriss und damit ein neuer Bauplan entsteht.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Austausch mit dem Partner und im Plenum - gemeinsame Reflexion - Im Plenum werden Würfelgebäude gekippt und passende Baupläne gesucht 	<p>...beschreiben im Plenum die unterschiedlichen Würfelgebäude und beschreiben ihr Vorgehen</p> <p>...wenden die Strategie des Kippens zur Erzeugung weiterer Baupläne an anderen Beispielen an</p>

6 Anhang













Baue aus 4 Würfeln
unterschiedliche
Würfelgebäude und zeichne
passende Baupläne!



Lösungshilfe 1

Hast du 15 verschiedene Baupläne gefunden?

Achtung:

1	1	2
---	---	---

 und

2	1	1
---	---	---

 gehören zum gleichen Würfelgebäude!



Lösungshilfe 2

Das Gebäude steht:

- 1x auf einem Feld
- 2x auf 2 Feldern
- 5x auf 3 Feldern
- 7x auf 4 Feldern

Achtung:

1	1	2
---	---	---

 und

2	1	1
---	---	---

 gehören zum gleichen Würfelgebäude!



Lösungshilfe 3

Das sind die Grundrisse der Würfelgebäude.
 Sie helfen dir beim Zeichnen der Baupläne.

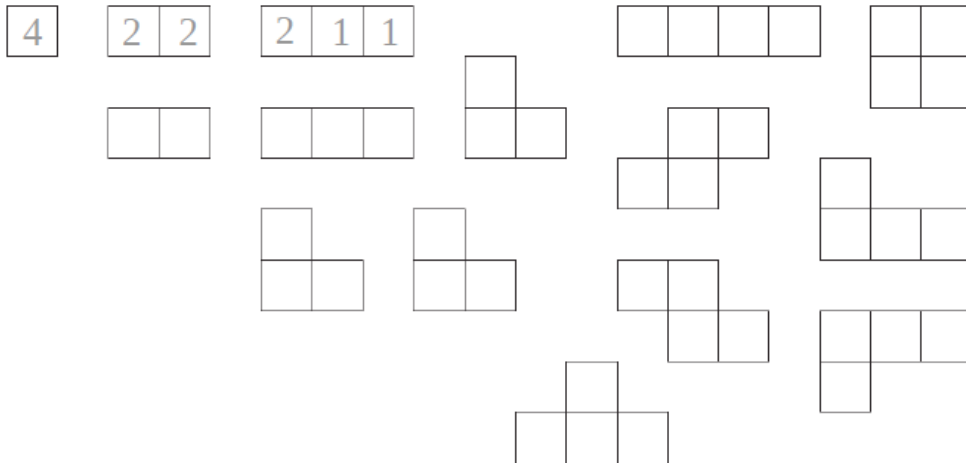
Achtung:

1	1	2
---	---	---

 und

2	1	1
---	---	---

 gehören zum gleichen Würfelgebäude!



Name:

Unsere Baupläne

So haben wir unsere Baupläne gefunden:

Anzahl der gefundenen Bauwerke:

7 Literatur

- Donat, C. (2014): *Mathe an Stationen Spezial Geometrie 1+2. Baupläne und Würfelgebäude*. Donauwörth: Auer Verlag.
- Franke, M. & Reinhold, S. (2016): *Didaktik der Geometrie. In der Grundschule*. 3.Aufl., Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, S. 61- 83 & S. 174 - 191.
- Hirt, U. & Wälti, B. (2016): *Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Hochbegabte bis Rechenschwache*. 5. Aufl., Seelze: Kallmeyer & Klett Verlag.
- Ministerium für Kultus, J. u.-W. (2016). *Bildungsplan für die Grundschule*. Villingen-Schwenningen: Neckar-Verlag.
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel Verlag, S. 248 - 275.
- Selter, Ch. & Zannetin, E. (2018): *Mathematik unterrichten in der Grundschule. Inhalte- Leitideen- Beispiele*. Seelze: Kallmeyer & Klett Verlag, S. 10-25 & S. 100-104.
- Wittmann, E. & Müller, G. (2017): *Das Zahlenbuch. Arbeitsheft*. Stuttgart, Leipzig: Ernst Klett Verlag, S. 14.
- Wittmann, E. & Müller, G. (2017): *Das Zahlenbuch*. Stuttgart, Leipzig: Ernst Klett Verlag, S. 14.
- Wittmann, E. & Müller, G. (2017): *Das Zahlenbuch. Lehrerband*. Stuttgart, Leipzig: Ernst Klett Verlag, S. 30 - 35.

Internetquellen:

https://www.cornelsen.de/fm/1272/9783069600671_Klexer_12_12_Raum.pdf
[20.10.19]

<https://pikas.dzlm.de/material-pik/haus-78-herausfordernde-lernangebote/haus-7-unterrichtsmaterial/bauen-mit-w%C3%BCrfeln> [20.10.19]

<https://bildungsserver.hamburg.de/contentblob/3871832/02b03d35bf9fb746b5e98b916d06ae29/data/wuerfel.pdf> [20.10.19]